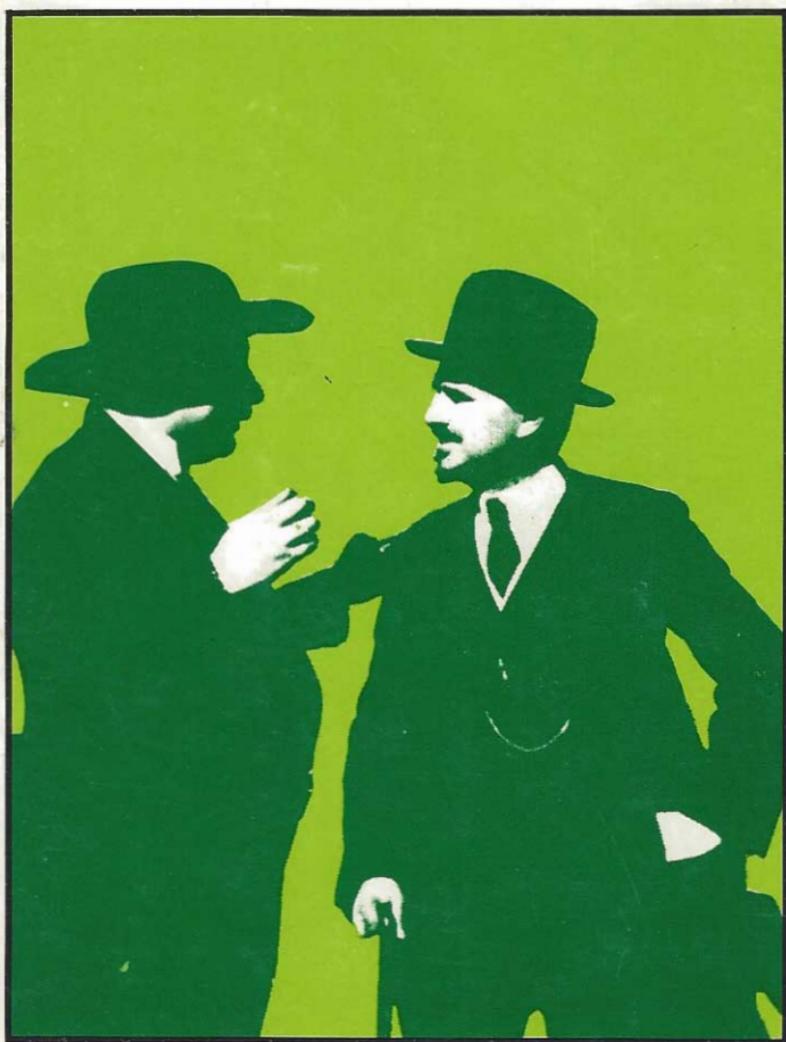


LOMBARDO RADICE, MANARA, FABRI,
BADALONI, ROSSI, POLIZZI, CILIBERTO,
FARACOVI, GIORGI, DEDO, TOMASI,
FABIETTI, CASTELLANA

FEDERIGO ENRIQUES APPROSSIMAZIONE E VERITA'



BELFORTE EDITORE LIBRAIO

IL CONTRIBUTO DI ENRIQUES ALLA MATEMATICA CONTEMPORANEA

1 - Quando ci si propone di analizzare un tema impegnativo come quello del rapporto tra Enriques e la matematica contemporanea, s'impone anzitutto la necessità di chiarire un poco che cosa si intende per 'matematica contemporanea' e quale possa essere il significato da darsi a questa espressione. Infatti si possono dare vari sensi a queste parole e, in corrispondenza, ai modi di intendere la modernità.

Oggi si sente molto parlare, nelle scuole e fuori, di 'matematica moderna', e spesso in un senso che associa all'aggettivo 'moderno' la sua connotazione abituale che la collega al termine 'moda', con tutte le sue conseguenze: variabilità, volubilità, irrazionalità della adesione e facilità di decadenza. Qualcuno si potrebbe stupire udendo che anche nella matematica si possono dare delle mode, perché nel pensiero comune e nella opinione corrente non vi è niente di più stabile e fisso della matematica; scienza che viene pensata come detentrica di verità che non cambiano e quindi anche di metodi e di espressioni stabili e quasi mummificate.

Va detto invece che i matematici non sono immuni dai difetti, piccoli o grandi che siano, della loro natura umana, per il solo fatto di coltivare una scienza che presenta i caratteri di una grande astrusità ed astrattezza; è quindi possibile che, nella ricerca e nella didattica, possano esistere delle 'mode' che spesso si presentano come dei superamenti dei metodi

della matematica classica, esaltando certi modi di parlare e di presentare le cose, certi linguaggi che pretendono di essere definitivi ed universali, che vorrebbero mirare al rigore assoluto e che spesso invece fanno perdere di vista la ricerca dei contenuti essenziali.

A proposito di questa modernità non posso fare a meno di ricordare il detto arguto che ho colto spesso sulle labbra di un mio caro e non dimenticato maestro, Oscar Chisini, nel commentare certi lavori scientifici che avevano appunto una certa pretesa di 'modernità' in questo senso: «Vi è del nuovo e del giusto; purtroppo il nuovo non è giusto ed il giusto non è nuovo».

Per quanto riguarda poi la didattica, non posso nascondere la mia perplessità di fronte all'atteggiamento abbastanza frequente di chi mostra di credere che soltanto una didattica per l'appunto 'moderna' può portare ad un giusto apprendimento della matematica; come se esistessero delle ricette infallibili e 'moderne' per ridurre e addirittura annullare la fatica insostituibile dell'apprendimento vitale, della appropriazione delle idee; come se si potesse evitare la pena gioiosa di quell'atto vivo e singolo (se mai ve ne fu uno) che consiste nella costruzione di una propria cultura, nella generazione interiore di un mondo unico e non surrogabile di conoscenze e di atteggiamenti vitali.

Oggi invece siamo assediati dalle pubblicità che ci presentano, per esempio «l'inglese senza lacrime» e sembrano voler far pensare che si possa risparmiare non solo la fatica inutile e male spesa, ma anche ogni atteggiamento attivo da parte del discente.

Non mi stupirei quindi di trovare domani anche chi fa la pubblicità della «matematica senza lacrime» e quindi pensa di poter presentare le idee astratte della matematica come cose che si possono imparare dormendo, come si legge su qualche pubblicità: «...voi dormite, completamente rilassato, e al risveglio parlate una lingua che si è trasferita nel vostro cervello a vostra insaputa, senza sforzo, addirittura senza che voi lo sappiate».

Personalmente devo dire che sono diffidente di chi vuole introdurre nel mio cervello delle idee senza che io lo sappia; già questo succede tutti i giorni senza la mia volontà e contro il mio consenso, e sarebbe troppo che io spendessi i miei soldi per questo scopo che detesto.

Penso anche di poter dire che non sia tanto facile utilizzare tecniche cosiffatte per insegnare la matematica 'vera', cioè quella che contribuisce alla formazione interiore dell'uomo. Ritengo infine di poter dire che, se il termine 'moderno' è preso in questa accezione, e cioè in quanto — ripeto — significhi anche volubile, instabile, irrazionalmente adottato senza ragioni e senza critica, per pura suggestione della massa e della adesione della collettività, allora difficilmente si potrebbe parlare di una 'modernità' di F. Enriques. E ciò non perché fosse in lui un atteggiamento di opposizione irrazionale al nuovo, ma proprio perché egli fu attuale in un senso ben più profondo.

Credo invece che si possa dire che la sua ricerca e la sua didattica furono 'moderne' in un senso ben diverso: un senso che porta con sé la connotazione di attuale, di aderente alla realtà storica, di vitale, che è sì contingente ma anche reale nel presente in quanto valida. E quindi la sua modernità e la sua attualità si manifestano proprio nel suo ricercare la vitalità delle radici culturali lontane, il significato profondo della matematica classica, le fonti ideali che erano origine e fondamento di certe correnti di pensiero matematico.

Ed in questo ordine di idee si potrebbe anche dire che Enriques fu un aristocratico del pensiero; della aristocrazia di chi non è pronto ad aderire alle mode passeggere, ai movimenti che sono destinati a finire tanto più presto quanto più pretendono di essere validi ed universali; ma bensì una aristocrazia che si accompagna alla vita, a quella evoluzione vitale, profonda e non effimera, del modo di essere e di crescere; evoluzione che è l'essenza della vita stessa, quando ubbidisce non alle mode ma alle proprie leggi fondamentali.

In questo senso dunque egli fu insieme aristocratico ed at-

tuale; di quella modernità che è tale proprio perché ha studiato le radici profonde delle cose, ne conosce i 'perché' intimi, ne apprezza le ragioni, conosce e valuta le difficoltà e di conseguenza il loro superamento.

La sua fu una modernità che non è cercata come tale e come fine a se stessa, ma che è vissuta come un atteggiamento spontaneo dell'animo, che conduce ad analizzare di continuo criticamente il pensiero proprio ed altrui, a superare ogni giorno i blocchi di pensieri definiti e le pastoie delle teorie che si pretendono esaustive ed universali.

In questo ordine di idee noi cercheremo dunque di analizzare la personalità e l'opera di Federigo Enriques, rendendoci ben conto della arduità dell'impresa e della pochezza delle nostre forze in proposito. Ed a tal fine è anche inutile precisare che ci sono degli aspetti della matematica contemporanea che Enriques non poteva prevedere e che quindi, in certo modo, sfuggiranno alla nostra considerazione per la loro stessa natura; per esempio, il posto sempre maggiore tenuto dalla elaborazione elettronica dei dati e dalla teoria della informazione.

Invero la prima ha posto fuori gioco tutta una serie di capitoli dell'analisi matematica che si muovevano attorno alle funzioni classiche (e qui parliamo di funzioni classiche nel senso che erano tabulate da tempo, e conosciute meglio delle altre); la seconda ha introdotto tutto un nuovo modo di porre i problemi, ma anche ha creato la necessità delle analisi logiche e linguistiche, per permettere di utilizzare al massimo gli strumenti che la tecnica elettronica mette nelle nostre mani.

Fatte queste precisazioni, quasi inutili ed alquanto banali, pensiamo che il tentativo di rispondere al tema che ci è stato proposto non possa sperare di andare a buon fine senza un richiamo, anche sommario, alla personalità di Enriques uomo e scienziato.

Cercheremo quindi di analizzare un poco la sua opera e soprattutto la sua personalità; avvertendo inoltre che saremo obbligati a fare delle distinzioni che possono apparire artificiali, ma sono abbastanza utili per una conoscenza anche

superficiale. Ma le distinzioni che faremo non corrispondono a delle separazioni che si verificarono nella realtà; anche questa osservazione potrebbe apparire banale, perché pare ovvio che ogni scienziato ed ogni pensatore che abbia lasciato la sua impronta in vari campi della scienza e del pensiero ha realizzato in se stesso una unità di fatto, esistenziale, delle varie attività che egli viveva in modo sommo e tale da spiccare sulla folla degli altri cultori, anche se notevoli. Ma per Enriques oserei dire che la osservazione è vera in modo particolare, perché tutti i campi della sua attività sono strettamente collegati fra loro, in modo tale che in ciascuno di essi si vede la tecnica, lo stile, il segno indelebile di una personalità unica sotto molti aspetti.

Abbiamo infatti un Enriques pensatore, un Enriques filosofo, ed in particolare filosofo della scienza, un Enriques storico della scienza, ed in particolare storico della matematica, un Enriques teorico della logica, un Enriques matematico sommo; tutti questi aspetti hanno influenza l'uno sull'altro, e la luce di ciascuno si riflette sugli altri, in modo tale che ogni distinzione non può apparire che artificiale, e tale da decurtare la grandezza della personalità completa.

2 - Si può dire che uno dei campi della matematica nel quale il passaggio di Enriques è stato più importante e la sua opera ha lasciato la impronta più profonda sia la geometria, in particolare la geometria algebrica. Per ben capire l'importanza del lavoro di Enriques in questo campo occorre ricordare che la geometria algebrica è una dottrina nata dalla confluenza di numerosi capitoli della matematica del secolo XIX; in particolare essa ha chiarito e risolto numerosi problemi che appartengono a distretti apparentemente separati, e che hanno trovato una luce comune in un solo «corpus» di dottrina la cui costruzione è stata opera di diversi matematici particolarmente geniali.

Pensiamo di non poter passare oltre senza ricordare, almeno in modo schematico e rudimentale, due tra i filoni principali che, con la loro confluenza, hanno dato luogo alla geometria algebrica nella accezione classica del termine.

Il primo di questi filoni trova la sua origine naturale nei metodi della geometria analitica e nello studio delle curve algebriche piane (cioè rappresentate in coordinate cartesiane nel piano da un'equazione algebrica); studio che scaturiva in modo quasi naturale dall'impiego del metodo delle coordinate nella risoluzione dei problemi geometrici.

L'orizzonte di queste dottrine veniva ampliato in fasi successive, anzitutto con l'invenzione della geometria proiettiva, per opera principalmente di K.K. von Staudt e di V. Poncelet, ed in un secondo tempo per la acquisizione del concetto di trasformazione birazionale, che ampliava la famiglia delle trasformazioni proiettive, creando così un ambito di ricerche, che doveva rimanere per lungo tempo l'ambito di elezione della geometria algebrica; invero questa fu, per molto tempo, considerata proprio come la dottrina che studia le proprietà invarianti degli enti geometrici di fronte al gruppo delle trasformazioni che si chiamavano «birazionali» o anche «cremoniane», dal nome del nostro L. Cremona che le introdusse e le studiò per primo.

Un secondo filone di ricerche, che era destinato a confluire almeno in parte nella geometria algebrica, trova la sua origine nella ricerca delle funzioni primitive.

Invero si è osservato che il processo di integrazione, anche in presenza di funzioni relativamente semplici (o giudicate tali) dava luogo alla nascita di funzioni trascendenti di tipo nuovo, le quali tuttavia rientravano nell'ambito di quella dottrina delle funzioni di variabile complessa che era stata costruita dal genio di A. Cauchy.

Per i fini che ci interessano, vorremmo ricordare tra la funzioni complesse della variabile complessa quelle che sono definite da una o più equazioni algebriche e che sono chiamate appunto 'funzioni algebriche'.

Nello studio delle proprietà delle funzioni algebriche si ebbero dalla seconda metà del secolo XIX all'inizio del nostro varie tendenze, che fanno capo alle scuole matematiche più importanti, principalmente in Francia, Germania ed in Italia. Nel nostro paese si distinsero in modo particolare, ol-

tre a L. Cremona, già ricordato, anche Eugenio Bertini e Corrado Segre.

Si può dire che, per quanto riguarda le funzioni algebriche di una sola variabile, esse trovano la loro immagine più perspicua nel concetto di curva algebrica piana, ambientata nel piano proiettivo complesso; la teoria delle funzioni trascendenti collegate con queste viene sostanzialmente identificata con la teoria dei differenziali che vengono chiamati abeliani, dal nome del matematico N. Abel che ne studiò profondamente le proprietà.

Da questo punto di vista uno dei caratteri numerici più importanti della curva algebrica, o della funzione algebrica di una variabile indipendente, è quello che viene chiamato 'genere' della curva; esso si identifica con un fondamentale carattere topologico di una certa superficie bilatera che è stata introdotta da B. Riemann e che viene chiamata 'superficie di Riemann' della curva o brevemente anche 'riemanniana' di questa.

Pertanto, nell'ordine di idee che interessano la geometria algebrica, quell'ente che viene chiamato 'curva algebrica' non ha nulla a che vedere con una linea ad una dimensione, che è l'oggetto abitualmente designato nel linguaggio comune con il termine 'curva'; invero le sue proprietà essenziali sono descritte in modo esauriente e soddisfacente facendo ricorso ad un ente a due dimensioni, cioè ad una superficie, la riemanniana appunto della funzione algebrica.

Abbiamo voluto ricordare questa circostanza perché in relazione ad essa risalta uno dei caratteri della personalità e della intelligenza di Enriques, che ha continuato a chiamar 'curva' questo ente quasi per sottolineare il suo attaccamento alla radice intuitiva delle dottrine che egli stava sviluppando così magistralmente. Un'altra conferma di questo aspetto della sua personalità è offerta dal titolo stesso del monumentale trattato da lui scritto in collaborazione con O. Chisini, che fu prima suo assistente e collaboratore e poi suo collega stimato ed amato. Tale titolo suona *Teoria geometrica delle*

equazioni e delle funzioni algebriche; ed il titolo stesso, con quel suo aggettivo 'geometrica', intende quasi polemicamente mettere in risalto da una parte l'origine storica della teoria e dall'altra la non rinuncia alla utilizzazione del linguaggio della geometria e della intuizione geometrica proprio in un ambito che è quello delle funzioni algebriche, le quali trovano la loro vera validità e la loro massima applicabilità nel campo complesso, cioè nel campo in cui la immagine geometrica classica perde di significato.

Soltanto una mente come quella di Enriques poteva mantenere l'equilibrio nella ricerca seguendo una strada talmente ardua e contro le correnti di purismo e di rigorismo che volevano che queste funzioni fossero trattate 'rigorosamente' con la teoria delle funzioni di variabile complessa. Ma in questo suo procedere vi è pure un profondo purismo di metodo, perché si potrebbe dire che la trattazione di Enriques si mantiene al livello più elementare possibile e la teoria delle funzioni della variabile complessa è presupposta sì nei suoi principi e nei suoi fondamenti, ma soltanto come la platea sulla quale si erge il tempio della intuizione e della deduzione geometrica. La ricerca viene fatta sostanzialmente sulla base dell'immagine nel campo reale e — paradossalmente — raggiunge il suo massimo livello proprio quando questa immagine viene meno.

A questo punto non posso fare a meno di ricordare quanto un grandissimo matematico, H. Poincaré, disse in una celebre conferenza al congresso mondiale dei matematici, tenutosi a Parigi nel 1900. Disse Poincaré:

È impossibile studiare le opere dei grandi matematici (e del resto anche quelle dei piccoli) senza notare due tendenze opposte, o piuttosto due spiriti del tutto diversi. Gli uni sono preoccupati della logica; a leggere i loro lavori si direbbe che hanno camminato soltanto passo a passo, con il metodo di un Vauban, che spinge i suoi trinceramenti contro una piazzaforte senza lasciare nulla al caso; gli altri si lasciano guidare dalla intuizione, e fanno delle conquiste rapide ed improvvise, ma talvolta precarie, come dei cavalleggeri d'avanguardia. Non è la materia trattata che impone

l'uno o l'altro metodo. Anche se i primi vengono chiamati spesso analisti e gli altri vengono chiamati geometri, ciò non impedisce che i primi restino analisti anche quando fanno dell'analisi matematica pura.

È la natura stessa della loro intelligenza che li rende logici oppure intuitivi, e non si possono spogliare della loro natura quando studiano un argomento nuovo.

E poco sotto lo stesso Poincaré aggiungeva:

Poncelet era uno degli spiriti più intuitivi di questo secolo (il XIX). Lo era con passione, quasi con ostentazione.

È ben chiaro che è quasi impossibile classificare i matematici, soprattutto i grandi, in caselle prestabilite; ma sono proprio tentato di pensare che si potrebbe dire di Enriques ciò che Poincaré ha detto di Poncelet: che era intuitivo quasi con ostentazione.

Vorrei ricordare a questo proposito l'aneddoto, riferito da un suo scolaro, secondo il quale Enriques avrebbe asserito di 'vedere' un certo teorema (del quale forse l'altro dubitava) come vedeva un cagnolino che in quel momento attraversava la strada.

Non intendiamo impegnarci sulla veridicità dell'aneddoto, ma pensiamo che esso sia indicativo della mentalità e della folgorante intuizione di Enriques.

E vorrei aggiungere che un atteggiamento così fatto poteva essere assunto senza pericoli soltanto da chi — come lui — assieme alla intuizione rapidissima, possedeva anche un profondo senso di critica e sapeva sottoporre l'intuizione ad una rigorosa disciplina. Atteggiamenti consimili, adottati da altri che non abbiano le stesse doti, possono condurre molto spesso a conclusioni paradossali ed anche a paralogismi.

3 - Abbiamo detto della teoria delle curve algebriche, fiorita sul vecchio tronco della geometria analitica e della teoria elementare delle funzioni di variabile complessa; dobbiamo aggiungere che il campo in cui maggiormente si manifestò la genialità di Enriques fu quello della teoria delle superfici

algebriche. Invero, quando si passa da una a due dimensioni complesse, cioè quando si passa dalla teoria delle curve a quella delle superfici algebriche, le difficoltà aumentano di molto, perché la varietà reale che costituisce il modello completo dell'ente che si studia risulta essere a quattro dimensioni reali e quindi sfugge, in certo modo, alla intuizione geometrica; per meglio dire sfugge a quella facoltà che viene abitualmente chiamata intuizione e che costituisce una specie di patrimonio di sensazioni, basato sulla esperienza empirica e elaborato dalla fantasia trasformatrice e creatrice.

La teoria delle superfici algebriche era stata quasi timidamente iniziata come una generalizzazione naturale di quella delle curve algebriche ed era trattata con delle tecniche che potevano pure essere considerate come una immediata generalizzazione di quelle che erano risultate utili e valide in quella. L'entrata sulla scena di Enriques portò ad una specie di rivoluzione anche nelle tecniche utilizzate, perché egli adottò, nello studio di questi enti, una fantasia ed una iniziativa che aprirono nuove strade alla ricerca matematica. E vi fu un periodo, a cavallo della fine del secolo XIX e dell'inizio del nostro, in cui per opera di Enriques, G. Castelnuovo ed F. Severi, la teoria delle superfici e poi delle varietà algebriche ebbe una fioritura imponente ed improvvisa; fu un fenomeno storico notevole, un'epoca in cui, si potrebbe dire, avvenne una specie di eruzione creativa.

È interessante osservare tuttavia che nella mentalità di Enriques vi era, come ben si può comprendere, la insofferenza di ogni vincolo che lo legasse ad un certo metodo e ad una certa tecnica di ricerca e di dimostrazione. La sua mente estremamente plastica, creativa ed intuitiva, si ribellava ad ogni vincolo ideologico e di metodo. Pertanto egli non disdegnava nessun metodo che lo portasse al risultato che ricercava e che era costituito dalla scoperta di nuove verità geometriche.

Ma è anche da osservarsi che egli utilizzò ben poco i concetti legati alle funzioni trascendenti che nascono dalla inte-

grazione delle funzioni razionali su un ente geometrico (curva o superficie) e predilesse, in modo elettivo e precipuo, i procedimenti legati a metodi strettamente algebrici: si trova cenno di questo atteggiamento, cui rimase del resto fedele in tutta la sua ricerca, nella prefazione al trattato scritto con O. Chisini, di cui abbiamo detto. Così, al di là di ogni esteriore purismo artificiale, che significhi legame a determinati metodi e procedure, troviamo nella sua opera — ripetiamo — un purismo sostanziale che si potrebbe descrivere parzialmente ed esteriormente come la ricerca effettuata con i mezzi più elementari e che facevano appello alle proprietà più profonde ed essenziali degli enti studiati.

Sarebbe impossibile dare qui un'idea, anche approssimata, della importanza e della vastità dei risultati da lui ottenuti nel campo della geometria algebrica; ci limitiamo ad osservare che ancora oggi si ripercorrono le vie da lui aperte ed in tempi recenti si ritorna a meditare sui problemi da lui posti, cercando di risolverli con i mezzi più potenti che oggi possediamo.

4 - A cavallo tra i due secoli XIX e XX la matematica vide la fioritura degli studi sui fondamenti: i nomi di G. Frege, G. Peano, B. Russell, tra i tanti che si potrebbero pronunciare, richiamano alla nostra mente tutta una serie di studi e di ricerche che hanno determinato il carattere della matematica del nostro tempo o almeno della matematica del nostro secolo fino al momento in cui i mezzi di calcolo e di elaborazione dell'informazione irruperono prepotenti sulla scena; l'atteggiamento di Enriques nei riguardi dei problemi dei fondamenti della matematica ed in particolare della geometria costituisce un aspetto interessantissimo in cui si rivela la sua personalità. In questo ordine di idee, Enriques non cercò di dare un sistema di postulati rigorosamente fondato, di constatare la loro indipendenza, di sviluppare su questi la geometria; egli fece anche questo, beninteso, come si ritrova nel suo corso di geometria proiettiva; tuttavia il suo spirito non gli permetteva di acquietarsi nella formulazione esterior-

mente ineccepibile, ma lo portava a cercare le radici del ragionare geometrico, e quindi lo dirigeva piuttosto alla analisi storica della nascita della geometria greca, ed in generale all'analisi del pensiero dei classici della matematica, quasi per cogliere le idee allo stato nascente e trarre dalla loro conoscenza la possibilità di valutare tutta la potenza contenuta in esse. Questo suo atteggiamento è provato dalla sua produzione di storico del pensiero scientifico, dalle sue analisi della matematica come fatto culturale, come atteggiamento di pensiero che, attraverso le generazioni, conduce instancabilmente l'uomo alla ricerca della verità e della certezza, pur con dubbi, pentimenti, critiche ed errori. Troviamo per esempio, nella prefazione al trattato già più volte citato:

l'epoca in cui gli uomini di scienza nascondevano le tracce del proprio cammino è ormai oltrepassata; la nostra generazione considera giustamente come un dovere di render chiaro in ogni opera scientifica il sistema delle idee costruttive.

E poco sopra aveva detto:

Una visione dinamica della scienza porta naturalmente sul terreno della storia. La rigida distinzione che si fa di consueto tra scienza e storia della scienza è fondata sul concetto di questa come pura erudizione letteraria; così intesa la storia arreca alla teoria un estrinseco complemento di informazione cronologica e bibliografica. Ma assai diverso significato ha la comprensione storica del sapere, che mira a scoprire nel possesso l'acquisto e si vale di quello per chiarire il cammino delle idee, e concepisce questo come prolungantesi oltre ogni termine provvisoriamente raggiunto.

L'atteggiamento di Enriques nei riguardi della storia della scienza è correlativo a quello che egli ha nei riguardi del rigore espositivo e della generalità dei risultati. A proposito del rigore egli scrive:

... al culto del rigore formale che — affettando di bandire ogni manchevolezza — talora riesce soltanto a nascondere le vere difficoltà o le cause di errore, vuolsi sostituire il culto sincero del rigore concepito come abito di correzione e di critica. Da questo

punto di vista acquistano speciale interesse gli errori storici, i paradossi, i sofismi che spesso hanno segnato la via delle più importanti scoperte.

Ed a proposito della generalità egli scrive, tra l'altro:

... si è eretto a principio di massima che ogni teorema debba enunciarsi sempre nella forma più generale possibile, di cui è suscettibile e cioè per n variabili, anziché per due o per tre; e per un qualsivoglia grado in cambio che per i primi gradi, e così di seguito. Convien riconoscere che quest'abito ha diminuito l'efficacia propulsiva di ottimi maestri, e merita di essere seriamente contestato. Giacché in primo luogo, la forma troppo astratta dell'enunciato riesce ad oscurare il vero significato del teorema nascondendone le origini ed in secondo luogo crea nei giovani studiosi la lusinga delle facili generalizzazioni, puramente formali. La storia della scienza insegna che altro è l'ideale della generalità nei fattori del grande progresso matematico; per i quali il senso vero della conoscenza generale si commisura al particolare significativo che vi è contenuto. Così ad ogni problema compete in qualche modo il proprio grado di generalità, che è il primo grado in cui il problema stesso rivela la sua vera natura; ed importa che lo studioso apprenda a riconoscere come potenzialmente data in questo la generalizzazione ulteriore.

È ovvio che un atteggiamento di questo tipo può portare in sé anche delle ombre; nel nostro caso l'atteggiamento e la costituzione mentale di Enriques non potevano certo portarlo a comprendere appieno l'importanza enorme dell'analisi dei fondamenti della matematica costruita sulle ricerche logico-formali che in Italia (e forse nel mondo intero) ebbero in Peano uno dei rappresentanti più significativi. Questa incomprendimento era fondata su una costituzione del tutto diversa tra i due; a questo proposito vorremmo ricordare le polemiche che Peano ebbe con quelli che si potrebbero chiamare i geometri algebrici della fine del secolo (G. Veronese e C. Segre) e con il loro modo di fare matematica; modo che Peano giudicava poco rigoroso ed approssimativo, a dir poco.

In questo ordine di idee, quindi, si potrebbe dire che

esteriormente e formalmente Enriques con il suo pensiero ha ben poco contribuito a questo modo di fare matematica, che era lontano dalla sua costituzione mentale. Ma, come abbiamo detto, era lontana dal suo modo di pensare ancora di più la pretesa di far diventare tutti dei geni, di scaricare sul metodo la responsabilità della invenzione, di scaricare sul formalismo la critica della ricerca della verità sostanziale delle cose.

In questo, abbiamo detto, egli era insofferente ed addirittura intollerante, nel senso che rifiutava il formalismo esteriore a pro' della sua convinzione interiore, che gli veniva dalla esperienza, dal mestiere, dalla intuizione, e soprattutto dalla critica metodica fatta con la ricerca di contenuti, di esempi, di controesempi, metodo che lo convinceva molto di più degli sviluppi formali metodici ed in apparenza rigorosi.

Significativo, a questo proposito, è l'atteggiamento che egli prende nel terzo Volume del trattato scritto con O. Chisini, già più volte citato, esponendo la rivoluzione portata nella geometria algebrica dalla introduzione delle trasformazioni cremoniane e la illusione di poter possedere un metodo generale che potesse far diventare geometri anche i meno dotati per la ricerca, di fare quella che un arguto maestro chiamava «Tic-Tac geometria».

- Illusione che è ricorrente nella storia della scienza se si deve credere per esempio a quanto scriveva M. Chasles nel celebre *Aperçu historique* del 1835:

... peut donc qui voudra devenir géomètre à volonté; le génie n'est plus indispensable pour ajouter une pierre à l'édifice.

E del resto un analogo atteggiamento di incomprendimento nei riguardi dell'importanza della logica formale noi lo ritroviamo in un altro grandissimo matematico italiano, F. Severi, che mi piace ricordare qui perché fu in un certo senso amico e concorrente di Enriques, ebbe grandissima intuizione e facoltà creativa ed il cui pensiero oggi è in via di essere riva-

lutato secondo i veri meriti e non secondo le meschine polemiche o i giudizi affrettati dettati da odi o da antipatie ideologiche.

5 - Una personalità come quella di Enriques non può non avere una sua didattica personale; di questa dirà tra qualche giorno un caro collega ed amico, ed io tocco qui soltanto di passaggio questo argomento, nella misura in cui serve al tema che devo svolgere. (**)

Il suo modo di insegnare era originale così come lo era il suo modo di entrare in contatto con le idee degli altri e di scrivere i suoi libri.

A questo proposito sono fondamentali le testimonianze degli allievi e di chi ebbe la fortuna di frequentarlo: personalmente ritengo di non piccolo interesse il fatto che gli allievi che parlarono e parlano di lui non possono nascondere la simpatia profonda che egli ispirava, e ne conservano il ricordo con immortale affetto; in particolare vorrei qui ricordare la sua continua ricerca della critica e del superamento di se stesso, che lo portava a criticarsi quando si rileggeva, almeno quando ciò avveniva; perché si deve dire che la sua configurazione mentale lo portava a leggere relativamente poco, ma piuttosto a sintetizzare le idee fondamentali dai discorsi degli altri; come ben dice un amico, si potrebbe dire che egli non leggeva i libri ma «...se li faceva raccontare» ed andava poi per conto suo alla conclusione, quando questa esisteva.

Questo stesso atteggiamento lo portava a scrivere raramente i suoi libri, ma a 'raccontarli' a coloro che dovevano poi scrivere le sue idee; e ciò spiega i numerosi titoli delle sue opere con due nomi, come del resto ci raccontava lo stesso O. Chisini che scrisse con lui il monumentale trattato di cui abbiamo detto più volte: ci diceva che si discuteva con il maestro il capitolo da scrivere, passeggiando sotto i portici di Bologna, facendo della 'geometria peripatetica', cioè discutendo sulle idee e sugli sviluppi fino a quando quelle e questi non fossero talmente chiari e lampanti da non aver bisogno di formule per essere esposti e capiti; al

massimo, aggiungeva Chisini, si fermava sotto portici di Bologna e scriveva in terra con la punta dell'ombrello...

È chiaro che un maestro di questo tipo non insegna le cose, ma insegna come si cercano le cose; non dà mai sistemazioni definitive, ma stimola continuamente se stesso e gli altri alla ricerca; è insofferente di strade prescritte e di metodi precostituiti. Al massimo accetta quello che è lo spirito del metodo che viene detto di Poncelet: la dimostrazione elementare, ma la 'lettura' dei risultati in una chiave talmente generale da superare la portata della dimostrazione singola per giungere alla generalità di una teoria superiore.

E ciò è consono, del resto, a quanto si legge nella prefazione del trattato più volte citato:

Il programma che siamo venuti delineando conviene ad un'opera ideale di insegnamento, che nella pratica può esplicarsi per gradi, ed in parte con metodo ciclico; promuovendo la partecipazione attiva degli allievi, a cui la verità non deve porgersi come qualcosa di dato, bensì come meta da guadagnarsi da sé...

Questo atteggiamento didattico lo si ritrova in tutte le sue opere, ed in particolare nelle *Questioni riguardanti le matematiche elementari* dedicate alla formazione degli insegnanti dell'ordine medio; in quest'opera, dovuta alla collaborazione di diversi suoi colleghi ed allievi, ma diretta ed ispirata da lui, si mira più propriamente alla formazione culturale degli insegnanti piuttosto che alla informazione bibliografica, e la genesi storica delle idee è esposta proprio nel senso che mira a presentarne la nascita e lo sviluppo, stimolando l'appropriazione dello spirito informatore da parte del lettore.

Si potrebbe dire che la sua didattica mirava a formare più una cultura (nel senso profondo del termine), una mentalità, un atteggiamento, piuttosto che a fornire delle informazioni tecniche; e in questo senso si potrebbe dire che ha lasciato a noi un insegnamento insostituibile di ricerca e una regola fondamentale per l'impostazione della didattica. Impostazione che mira alla personalità ed alla libertà dell'allievo piuttosto

sto che a fornire cognizioni e schemi mentali o metodi prefabbricati.

6 - È necessario ricordare, per monito a tutti coloro che sono immemori o che ritengono che il passato sepolto non possa più risorgere, che vi fu un tempo, nella storia recente del nostro Paese, in cui ad un uomo come questo, in Italia, venne vietato di entrare nella biblioteca matematica dell'Università di Roma, e venne anche vietato di comparire come autore di una pubblicazione qualsivoglia, in cui il suo nome venne anche proibito nelle citazioni; e ciò venne fatto non in base a ciò che egli aveva detto o scritto, ma in base a ciò che egli era, alla razza a cui apparteneva.

Effettivamente i corsi ed i ricorsi della stupidità umana sono una costante della storia, e nulla ci garantisce che tempi come quelli non possano ritornare, anche se sotto altra forma ed altre bandiere. Invero ciò che la dittatura, la prepotenza, la forza, la violenza odiano è l'intelligenza, l'accostarsi della gente alla verità, la consapevolezza che le cose stanno in un certo modo, diverso da quello che si vuole far apparire, la evidenza della contraddizione resa lampante dalla sola esistenza della intelligenza che ricerca.

Abbiamo visto che Enriques non era certo una personalità ossequente alle mode intellettuali; si potrebbe dire che le personalità come la sua sono istintivamente contrarie agli inventori di mode. Ed a maggior ragione si può dire che una personalità come la sua non può accettare una tirannia politica; e che una tirannia, che conosca bene — per così dire — il suo mestiere, non può tollerare delle personalità come quella di Enriques; esse sono la testimonianza vivente del fatto che l'intelligenza è aristocratica, che non la si può imbrigliare, che non si la può sottomettere.

In quel periodo Enriques scrisse un profondo articolo sul 'Periodico di Matematiche' che egli aveva diretto per decenni e che non poteva più firmare come direttore; neppure poteva firmare l'articolo, il quale comparve quindi con la firma di un 'Adriano Giovannini', pseudonimo che Enriques aveva

costruito per sé dai nomi dei due suoi figli, Adriana e Giovanni.

Si potrebbe dire che questo articolo è in qualche modo un testamento spirituale di Enriques; in esso egli espone delle idee che sono state in seguito rese popolari anche da vari atteggiamenti di K. Popper, e mostra quale sia la sua concezione della ricerca scientifica e quale la sua posizione nei riguardi del rigore e dell'errore: con una concezione filosofica che fa in certo modo dell'errore non un protagonista dialettico e miracoloso della ricerca del vero, ma un dato necessario della storia dell'uomo, che in qualche modo non per se stesso ma con la sua presenza (purtroppo di fatto insopprimibile) stimola le forze dell'intelligenza umana a ripararlo ed a superarlo.

In questo continuo sforzo per conoscere e per superare l'errore sta la lezione che Enriques ha lasciato e che è viva ancor oggi; i suoi rapporti con la matematica di oggi sono i rapporti che i classici della storia umana hanno con ogni generazione; rapporti vitali, anche se le apparenze esteriori li nascondono. Invero non si pretende che i classici abbiano visto tutto, tutto indagato, tutto saputo. Ma la lezione di vita, i fondamenti del metodo, la ricerca costante della verità hanno permesso loro di dire delle parole che non passano, che testimoniano della solidarietà superiore che lega ogni uomo ad un altro, superando le barriere effimere dello spazio e del tempo.

(**) CFM si riferisce all'intervento di Modesto Dedò:
"Federigo Enriques e la Matematica Elementare" che alleghiamo.

Modesto Dedò

FEDERIGO ENRIQUES
E LA MATEMATICA ELEMENTARE

Ho incominciato a frequentare Federigo Enriques nel gennaio del 1940; le leggi razziali gli vietavano l'accesso agli istituti universitari e lo incontravo a casa sua, in via Sardegna; di lì ci si portava spesso a passeggiare per i viali di villa Borghese.

Mi aveva indirizzato a lui il mio Maestro, Oscar Chisini, che dell'Enriques era stato l'allievo prediletto: ebbi una accoglienza particolarmente affettuosa e ho sempre pensato di paragonare i nostri rapporti a quelli tra nonno e nipotino — Chisini «figlio» di Enriques, io «figlio» di Chisini. Aggiungo che il nipotino era piuttosto petulante e faceva continue domande su svariati argomenti. Mi sono sempre rammaricato di non aver tenuto un diario di quegli incontri; forse avrei potuto dare un contributo anche alle discussioni che qui si sono tenute nei giorni precedenti. Voglio solo citare un ricordo che potrebbe essere significativo per giudicare l'evoluzione del suo pensiero. Gli avevo manifestato il mio desiderio di rileggere i *Problemi della scienza* e ne sono stato sconsigliato.

Richiamato alle armi nel giugno del 1940, non dovevo più rivederlo. La sua morte mi rattristò profondamente, anche perché i giornali, troppo occupati nella commemorazione di certi calciatori periti in un incidente aereo, dedicarono ben poche righe al suo necrologio.

La mia relazione sarà ispirata a questi ricordi diretti, ma dovrà poggiarsi su qualche brano dei suoi scritti: mi scuso subito del fatto che la lettura delle citazioni risulterà un pò tediosa per gli ascoltatori.

Ritengo significativo incominciare con la lettura di ciò che egli aveva scritto per commemorare la morte di Ettore Baroni, nella terza edizione dei *Collectanea*, dove appunto il Baroni aveva curato la prima stesura dell'Articolo XIII:

“Egli consacrò il suo amore, la sua intelligenza, la sua vita a quell'opera di Maestro, che gli estranei stimano più o meno alta a seconda del grado dell'insegnamento e dell'età dei discepoli, ma che — vista di vicino — è sempre altissima: quando sia veramente creazione di spiriti e gioia che, colmando i sacrifici quotidiani, consuma ed attizza insieme la fiamma dello spirito creatore” (1).

Queste parole, la cui enfasi non è retorica, mettono già in chiara luce la personalità di Enriques, la sua figura di uomo e di maestro, Maestro incitatore di ricerche, anche elementari, ispiratore di entusiasmi nei suoi allievi e in coloro che lo avvicinavano; Maestro particolarmente impegnato e fiero in questa sua opera.

Ricordando la sua figura di maestro è doveroso enfatizzare l'ascendente, da personalità fascinatrice, che ha avuto sui suoi numerosi scolari, italiani e stranieri. Non sono certamente in grado di fornire un elenco completo di questi allievi: mi è capitato infatti più di una volta, parlando di Enriques, di sentirmi redarguire con la frase «ma anch'io sono stato assistente di Enriques!», frase affettuosa che testimoniava ammirazione e commosso ricordo. Ricorderò quindi soltanto: O. Chisini, L. Campedelli, F. Conforto, G. Pompilj, A. Franchetta, A. Frajese, E. Carruccio. Ma anche G. Ricci, S. Faedo, G. Dantoni. Tra gli stranieri ricordo O. Zarski, S. Lefschetz, P. Du Val, L. Godeaux, P. Burniat, P. Libois, J. Rey Pastor.

Ma voglio anche sottolineare qui il suo costante successo nell'impegnare la collaborazione alle sue attività anche degli scienziati più qualificati. Ricordo la compiacenza con cui

raccontava di essere riuscito ad ottenere la collaborazione di P. Painlevé, che — aggiungeva con una punta di civetteria — era vicepresidente della Repubblica Francese.

Il pensiero di Enriques sulle matematiche elementari e sul loro insegnamento è espresso e si sviluppa in tutti i suoi scritti, anche in quelli dedicati alla ricerca avanzata, anche in quelli dedicati alla filosofia o alla storia della scienza. Risulta magistralmente espresso nella prefazione alla prima edizione dei *Collectanea*, pubblicata con il titolo *Questioni riguardanti la Geometria elementare*, Bologna, 1900.

Leggiamo infatti:

L'opera geometrica dei Greci, a noi tramandata col nome di Euclide, è in sè così bella ed armoniosa che, dopo venti secoli, non sapremmo ad essa sostituire, nella scuola secondaria, qualche altro insegnamento di Geometria meglio rispondente alle esigenze della cultura e dell'educazione intellettuale. A noi infatti non sembra che sieno da accogliere, senza il conforto di un esperimento favorevole, le proposte tendenti a cambiare gli ordinamenti dei primi studii geometrici, informandoli a quei principii sintetici che dominano ormai gli sviluppi più elevati della nostra scienza.

Lo spirito analitico euclideo crediamo più efficace strumento educativo delle intelligenze, più conforme al senso della realtà geometrica, fino a che un esercizio opportuno abbia reso le menti capaci di scernere nei concetti astratti l'immagine di una realtà più generale. E quando pur volessimo pensare alla preparazione dei futuri matematici (mentre è ben diverso lo scopo della scuola secondaria), non potremmo dimenticare che le prime conoscenze geometriche debbono essere il comune fondamento di tutte le forme della cultura matematica, e schiudere l'intelletto non soltanto alla Geometria, ma all'Analisi e alla Fisica teorica, più legate alla concezione euclidea delle figure particolari.

Crediamo tuttavia che l'insegnamento geometrico pur restando, nei suoi caratteri essenziali, conforme all'opera di Euclide, possa avvantaggiarsi dei progressi portati, anche nel campo degli elementi, da una critica più matura e dagli sviluppi recenti delle alte Matematiche.

Crediamo soprattutto che di tali progressi debbano possedere una cognizione assai larga gli insegnanti cui la scuola secondaria è affidata, affinchè l'opera loro possa ispirarsi a più larghe vedute» (2).

Al momento di riportare queste affermazioni, ho voluto confrontarle con quelle espresse da J. Dieudonné al Congresso di Royaumont (1961) ed ho constatato, senza sorpresa, che collimano quasi letteralmente. Il torto di Dieudonné è stato quello di lanciare uno slogan (*Abbasso Euclide!*) sul quale, leggendo la sua relazione, non si può non essere d'accordo; ma di questo slogan si sono impossessati gli apprendisti stregoni danneggiando notevolmente l'insegnamento secondario. E questi danni sono stati riconosciuti — sia pure sedici anni dopo — dagli stessi bourbakisti (H. Cartan, J. Dieudonné, J. Leray, A. Lichnerowicz) ⁽³⁾.

Alle convinzioni prima riportate l'Enriques tenne fede per tutta la sua vita: le ritroviamo infatti riaffermate più di quaranta anni dopo nell'ultimo suo articolo (1942) scritto per il *Periodico di Matematiche*: le sciagurate vicende razziali gli avevano impedito di firmarlo con il proprio nome, così che figura «Adriano Giovannini — *L'errore in Matematica*».

L'articolo inizia così:

“L'autore di questo articolo non si presenta con un nome che gli dia autorità di giudicare su cose matematiche; tuttavia l'amore che porta a questi studi nel loro aspetto storico, e le osservazioni che ha avuto luogo di fare sulla psicologia dei matematici, trovandosi con alcuni di essi in rapporti d'intima convivenza, gli consentiranno forse di esporre qualche riflessione, non del tutto oziosa, sul grande problema filosofico dell'errore, nella scienza e nella ricerca matematica”.

Dopo interessantissime osservazioni ed esempi

“che tendono a farci riconoscere in generale il significato dell'*errore come tentativo e passo verso la scoperta della verità*”, ⁽⁴⁾

così conclude:

Sicché pare che, in generale, l'errore non infirmi tanto l'intuizione, come rappresentazione visiva del particolare, quanto l'estensione sua a concetti astratti. In qualche modo si può dire che esso non appartiene né alla facoltà logica né all'intuitiva, ma si introduce nel

momento delicato del loro raccordo. In concreto non ci sono una facoltà intuitiva e una facoltà logica distinte, ma l'una e l'altra si fondono nell'unità dialettica dello spirito umano, ad un tempo come solidali ed opposte. Invero l'astrarre (che rende possibile di estendere l'intuizione a classi più generali di oggetti) è insieme un atto intuitivo e logico ed ha perciò due significati o momenti strettamente connessi che non debbono confondersi in un processo mentale semi-oscuro.

Così dunque l'analisi del problema dell'errore viene a convalidare le norme che abbiamo tratto come ammaestramento dell'esperienza del lavoro dei matematici nella storia. Se e finché, la Matematica progredisca nel suo cammino millenario, senza isterilirsi nell'esercizio di pedanti senza fantasia, queste norme conserveranno il loro valore, e, di fronte (in opposizione solidale) alle esigenze di una logica sempre più raffinata, si affermeranno ancora i diritti dell'intuizione, che è l'attività creativa della scienza" (2).

Ecco ora una rapida rassegna delle più importanti attività dell'Enriques più strettamente collegate al nostro tema.

I *Collectanea* (*Questioni riguardanti le Matematiche elementari*, raccolte e coordinate da Federigo Enriques).

Questo libro, apparso nel 1900, ebbe presto un grosso successo: nel 1907, fu pubblicata la edizione tedesca; rispettivamente nel 1912 e nel 1924 furono pubblicate la seconda e la terza edizione italiana.

Come si nota, Enriques si è dedicato a questa opera per più di trenta anni, apportandovi ampliamenti e rielaborazioni che hanno anche fatto oggetto di altre sue qualificate pubblicazioni scientifiche. Tra queste vanno almeno ricordati gli articoli *Prinzipien der Geometrie* e *Principes de la Géométrie*, scritti rispettivamente nel 1907 e nel 1911, per la grande enciclopedia tedesca e per la sua traduzione francese. L'ultima edizione si compone di ventisette articoli e consta di quattro grossi volumi.

A questa opera hanno collaborato scienziati di chiara fama internazionale: U. Amaldi, E. Bompiani, G. Castelnuovo, O. Chisini, A. Padoa, L. Tonelli, G. Vailati, G. Vitali. Però anche molti valenti professori dell'ordine secondario hanno aderito alle sollecitazioni di Enriques.

Gli articoli firmati da Enriques sono sei (però il suo pensiero — e spesso addirittura il suo stile — sono presenti in quasi tutti gli altri articoli):

- I *Sulla evoluzione delle idee geometriche nel pensiero greco: punto, linea, superficie.*
- VI *I numeri reali.*
- XII *Spazio e tempo davanti alla critica moderna.*
- XVII *Sulle equazioni algebriche risolubili per radicali quadratici e sulla costruibilità dei poligoni regolari.*
- XXIII *Alcune osservazioni generali sui problemi geometrici.*
- XXVII *Massimi e Minimi nell'Analisi moderna (con la collaborazione di L. Tonelli.)*

Bastano questi titoli ad indicare la versatilità dell'autore: solo però una attenta lettura metterà in luce

- la limpidezza della trattazione,
- il fascino delle frequenti sintesi,
- l'approfondimento dei fondamenti,
- le geniali semplificazioni dei procedimenti.

Questa opera magistrale ha avuto una importanza fondamentale nella preparazione professionale di molti insegnanti italiani e stranieri. Ha anche avuto un riconoscimento ufficiale con la istituzione, nelle nostre università, di un apposito corso — detto di *Matematiche Complementari* — dedicato ai futuri insegnanti; l'Enriques fu appunto chiamato ad iniziarlo, all'Università di Roma, nel 1922.

E qui voglio dire che questa promessa non è stata mantenuta: prima il fascismo, poi le Facoltà, poi le commissioni giudicatrici dei concorsi a cattedra (e, da quanto oggi si comincia a sapere, anche i recenti giudizi di idoneità a professore associato e a ricercatore) hanno consentito che le cattedre di *Matematiche Complementari* fossero occupate da persone che mai si erano interessate di questioni riguardanti le

Matematiche elementari e, talvolta, per esplicita dichiarazione, non avevano alcuna intenzione di interessarsene. La venerazione che io porto al Maestro mi fa aggiungere che ciò disonora la memoria di Federico Enriques.

I libri di testo per la scuola secondaria

Dal 1903, con la collaborazione di U. Amaldi, Enriques si dedica direttamente agli alunni delle varie scuole, pubblicando una serie di libri di testo che per cinquant'anni rimarranno esemplari. Siamo ancora in molti a collegare Enriques all'*Enriques-Amaldi*. Io stesso, da studente, pur avendo in adozione un altro libro, consultavo spesso l'*Enriques-Amaldi*: ricordo, in particolare, l'entusiasmo suscitato in me dagli esercizi destinati «agli allievi più provetti».

Questi libri — tradotti anche in varie lingue — hanno anche rappresentato un grosso successo editoriale ed è sorta una grande quantità di imitatori, in Italia e all'estero, per i quali sono ampiamente giustificate le invettive di Dieudonné prima ricordate.

E va anche detto che tra queste «brutte copie» dei testi di Enriques io colloco anche le edizioni dell'*Enriques-Amaldi* uscite in tempi recenti.

Una analisi dei libri di testo dell'Enriques ci porterebbe troppo lontano e, forse, non sarebbe di grande attualità; voglio solo insistere nell'elogio degli esercizi, e concludere riportando un giudizio di L. Campedelli, che non può non essere condiviso:

Sono «frutto di una rielaborazione profonda ed originale, che perviene a temperare in perfetta misura le preoccupazioni scientifiche con le esigenze didattiche riuscendo ad un grado di chiarezza e di semplicità non facilmente superabile» (6).

La presidenza della Mathesis.

Nel 1919 Enriques fu eletto presidente della *Mathesis*, sodalizio che era stato fondato nel 1895 da R. Bettazzi (con A. Lugli e F. Giudice) come *Associazione di studi fra gli insegnanti di Matematica delle scuole medie*.

La presidenza di Enriques rilancia la *Mathesis* a nuova vita: il prestigio e l'impegno di Enriques attirarono quasi tutti i matematici ad interessarsi ai problemi dell'insegnamento secondario; la massiccia partecipazione degli insegnanti medi ebbe una notevolissima incidenza sulla nostra scuola. Vanno anche menzionati i congressi della *Mathesis* organizzati da Enriques: Trieste (1919), Napoli (1921), Livorno (1923), Milano (1925), Firenze (1929), Bolzano (1930). In seno alla *Mathesis* si dibattono molte questioni: dai programmi di matematica, all'abbinamento della matematica alla fisica, agli orari di insegnamento; è però sempre presente l'istanza didattica (in particolare il contributo della logica, della intuizione, della psicologia per l'apprendimento della Matematica).

Nel 1932 — per esplicito desiderio di Enriques — si volle che alla presidenza della *Mathesis* (che dal 1923 era diventata *Società italiana di Scienze fisiche e matematiche*) si avvicendasse un fisico e fu eletto L. Puccianti.

La influenza di Enriques si esercitò anche nel periodo successivo e la ritroviamo, indirettamente, nel 1947 quando la Società fu riorganizzata, soprattutto ad opera di O. Chisini e dei suoi collaboratori. Dopo un risveglio promettente, la Società è andata declinando rispetto alle sue genuine tradizioni: fa veramente tristezza, nel ricordo di Enriques, dovere constatare che siamo ridotti allo sfascio. Certamente l'ambiente in cui oggi opera è molto più complesso e pertanto più difficile di quello di altri tempi, ma va anche denunciato il disinteresse di molti matematici per questo benemerito sodalizio.

Nel 1921 Enriques assunse la direzione del *Periodico di Matematiche* (che prima si era chiamato *Periodico di Matematica*). Ha allora inizio la Serie IV di questa gloriosa rivista, completamente rinnovata rispetto alle serie precedenti, tanto da far considerare Enriques come il fondatore del *Periodico di Matematiche*. Con i suoi scritti e con quelli di valentissimi collaboratori ha dato rinomanza internazionale alla rivista, che oltre a meriti strettamente scientifici, ha avuto soprattutto il merito di contribuire in modo fondamentale all'approfondimento della matematica elementare e all'aggiornamento culturale e professionale degli insegnanti.

Ricordo qui la frase che, per cinquant'anni, è stata stampata sulla contropagina della copertina:

"Il *Periodico* pubblica soprattutto articoli riguardanti le matematiche elementari intese in senso lato, ed altri tendenti ad una più vasta comprensione dello spirito matematico..."

Pensando a questo cinquantennio, possiamo tranquillamente affermare che fu ampiamente mantenuta la promessa che appare, nel primo fascicolo, nella presentazione programmatica. Tra l'altro vi si legge:

"... questa ripresa vuole significare rivalutazione delle idee scientifiche e didattiche che dominano l'insegnamento e la cultura dei nostri docenti, acciocché la scuola possa rinnovarsi in guisa da rispondere alle più vaste domande cui viene chiamata — in quest'ora — dalla pressione degli interessi sociali...

... conservatori e novatori converranno su questo punto: che, per essere preparati a discutere le diseguate riforme, o domani metterle in atto, occorre agli insegnanti essere informati degli indirizzi programmatici e metodici, teoricamente propugnati o realmente praticati in diversi ambienti stranieri; e che lo svolgimento di programmi che, per la materia o per lo spirito, differiscono da quelli intorno a cui si è esercitata fin qui la riflessione e l'opera didattica degli Italiani, implica pure il bisogno di approfondire, in più sensi, la scienza stessa che s'insegna, così da poterla dominare da nuovi e più alti punti di vista".

E più oltre:

“È tutto il campo delle matematiche elementari, già chiuso nelle linee di una rigida tradizione, che si vede aprirsi in corrispondenza ad una veduta più plastica dei problemi, toccando alle regioni più elevate del sapere; imperocché ogni distinzione fra gli elementi e le sommità delle matematiche scompare per chi riguardi codesti problemi nel loro sviluppo, cercando di comprenderne storicamente il nesso, e di spiegare come il superiore nasca e si svolga dall'inferiore.

Pertanto noi possiamo enunciare lo scopo che proponiamo a questa Rivista, dicendo che essa vuole essere l'organo di una cultura scientifica contemplante le materie che formano oggetto dell'insegnamento scolastico largamente inteso, in quel modo più alto che si addice a maestri”.

E, dopo alcune significative esemplificazioni, aggiunge:

“Da tali cenni vi è ormai manifesto, Colleghi, quale voglia continuare ad essere e divenire questo Periodico, che è cosa vostra. Ma non basta che lo riceviate e lo studiate con amore, importa anzi che gli rechiare la vita della vostra attiva collaborazione. Nell'opera di progresso, segnata dall'accennato programma, vi è posto per tutti: per i matematici più illustri e pei giovani forniti di solida preparazione scientifica, alcuni dei quali abbiamo già espressamente sollecitato a scrivere articoli su temi predisposti; ma anche per gli insegnanti più umili che vogliano offrire il contributo di una coscienziosa esperienza”.

E vorrei anche fare una citazione dal primo articolo che scrisse Enriques per la rivista. Questo articolo — *Insegnamento dinamico* — è spesso citato come uno dei più significativi:

“Ma forse il senso delle cose ch'io dico riesce duro a qualcuno dei lettori. Ci sono dunque diverse maniere di comprendere, sicché non sia dato mai di riposarsi in una cognizione perfetta? E come mai la scienza superiore (le matematiche trascendenti e sublimi che abbiamo studiato negli anni dell'università) dovrebbe ritornare — in qualche modo — a rischiarare la nostra mente, proprio quando stiamo cercando di farci piccoli coi piccoli, sui banchi della scuola?”

Rispondo: non vi è iato o scissura fra matematiche elementari e matematiche superiori, perché queste si sviluppano da quelle, al pari dell'albero dalla tenera pianticina. E come, riguardando l'albero, potremo scoprire nella pianticina nuovi aspetti o comprendere caratteri di cui ci era sfuggito il significato, così anche lo sviluppo dei problemi matematici recherà luce sulle dottrine elementari in cui essi approfondano le loro radici. Ad una condizione però: che di ogni dottrina si studi le origini, le connessioni, il divenire, non un qualsiasi assetto statico..." (7)

Ovviamente non è possibile riferire qui sui vari temi trattati durante i venti anni in cui Enriques tenne la direzione del *Periodico*: voglio limitarmi a segnalare la rubrica delle *questioni*, anche per ricordare che molte di esse sono state proposte da eminenti matematici e che eminenti matematici hanno anche sacrificato il loro tempo per rispondere a qualche interessante *questione*.

Pensando a ciò che è diventato il *Periodico di Matematiche*, devo qui ripetere quanto ho già detto della *Mathesis*, con una aggravante: il prestigio di Enriques aveva fatto diffondere la rivista in molte biblioteche universitarie straniere, che, forse solo per inerzia, continuano a riceverlo; ciò getta discredito alla matematica italiana.

Altre attività

Ricordo schematicamente qualche altra attività dell'Enriques, legata alle matematiche elementari.

— Come è stato qui più volte ricordato da altri, nel 1907 fu uno dei fondatori di *Scientia*: i problemi della matematica e del suo insegnamento sono spesso presenti negli articoli e nelle numerose recensioni che ha scritto per questa rivista.

— Negli anni venti fondò e presiedette, a Roma, *l'Istituto nazionale per la storia delle scienze*. Legata a questo istituto è la collezione intitolata *Per la storia e la filosofia delle mate-*

matiche, nella quale troviamo i quattro volumi su *Gli elementi di Euclide e la critica antica e moderna*— opera notevolissima curata da Enriques con vari collaboratori — e scritti di Archimede, Galileo, Newton, Clairaut, Dedekind, Bombelli, ecc. Tra i collaboratori notiamo Ett. Bortolotti, G. Castelnuovo, U. Forti, M. Lombardini, E. Rufini, T. Zapelloni, O. Zariski.

A questo istituto si collega anche il libro, scritto con A. Frajese, *Le matematiche nella storia e nella cultura*, libro che va qui ricordato sia perché esso è più particolarmente dedicato alla matematica, sia perché, pubblicato nel 1938, fu subito «messo all'indice» dal fascismo. La sua diffusione avvenne quindi soltanto in tempi recenti, quando la Zanichelli ne pubblicò una edizione anastatica (peraltro presto esaurita).

— Dal 1926 fu direttore della sezione *Matematica* della *Enciclopedia Treccani*. Preparò una trentina di voci lui stesso e seppe ottenere la collaborazione dei matematici più qualificati.

— Da ultimo bisogna aggiungere che anche in tutti gli altri scritti di Federigo Enriques troviamo testimonianze del suo vivo interesse per le matematiche elementari. A questo riguardo è significativa la prefazione al suo monumentale trattato (scritto con O. Chisini) *Teoria geometrica delle equazioni e delle funzioni algebriche*. Ed è significativo il fatto che volle pubblicare questa prefazione anche su *Scientia* (vol. 18, 1915). Peraltro proprio in questo trattato sono quasi sconcertanti le divagazioni che hanno il solo scopo di interessare il lettore ai problemi della Matematica elementare.

Occorrerebbe ora concludere con qualche confronto con la situazione attuale; ma i commenti risulterebbero violentemente polemici e, forse, — dettati dal mio affetto per Enriques — non del tutto oggettivi e quindi tralascio di esplicitarli. Del resto non ho fatto nessun tentativo di nascondere le mie opinioni.

NOTE

1. *Questioni matematiche*, parte II, p. 1.
2. *Questioni*, pp. 1-2.
3. Cfr. *Documento dell'Accademia delle Scienze francese*, in «Notiziario dell'Unione Matematica Italiana», marzo 1978, p. 23.
4. La sottolineatura è mia: questa «definizione» di errore era spesso citata a disculpa degli errori che Chisini mi rimproverava.
5. A. GIOVANNINI, *L'errore in Matematica*, in «Periodico di Matematiche», 1942.
6. L. CAMPEDELLI, *Federigo Enriques nella storia, la didattica e la filosofia delle matematiche*, in «Periodico di Matematiche», 1947.
7. F. Enriques, *Insegnamento dinamico*, in «Periodico di Matematiche», 1921, IV, n. 1.